DOI 10.33278/SAE-2018.rus.197-200
УДК 330.42, 51-77
JEL C1, C15, C4, C5, C53

ДИСПЕРСИЯ ЕМКОСТНОГО МЕТОДА ОТ ПОЗИЦИИ В ЦЕПОЧКЕ РАСПРОСТРАНИТЕЛЕЙ

Юрий Александрович Кораблев (ORCID 0000-0001-5752-4866)

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

Аннотация. Анализ редких событий представляет из себя актуальную проблему. Емкостный метод в торговле способен с большой точностью восстанавливать исходные закономерности редких продаж. Однако при удалении от конечного потребителя в цепочке распространителей точность падает. В предыдущем исследовании при моделировании процесса потребления, было замечено что точность падает, но падает не значительно. В текущем исследовании была объяснена причина падения точности и было показано, что погрешность растет как убывающая геометрическая прогрессия. Также для погрешности определены дисперсия и среднее квадратичное отклонение. Показано, что дисперсия и среднее квадратичное отклонение растет еще медленнее чем геометрически убывающая прогрессия. Получены численные значения погрешности в зависимости от позиции в цепочке распространителей.

Ключевые слова: емкостный метод, точность, ошибка, погрешность, последовательность распространителей, посредники.

Abstract. The rare events analysis is an actual problem. The capacity method in trading is capable of recovering the original regularities of rare sales with great accuracy. However, when distancing from the end consumer in the chain of distributors, the accuracy decreases. In the previous study, when modeling the consumption process, it was noted that the accuracy falls, but falls not significantly. In the current study, the reason for the drop in accuracy was explained and it was shown that the error grows as a decreasing geometric progression. Also, the variance and the standard deviation are determined for the error. It is shown that the dispersion and the mean square deviation grows even more slowly than the geometrically decreasing progression. Numerical error values are obtained depending on the position in the chain of distributors.

Keywords: capacity method, accuracy, error, sequence of distributors, intermediaries.

Редкие события, которые представлены не как временной ряд, а как набор данных о времени события и о величине этого события, например, данные о редких продажах, хорошо анализируются с помощью емкостного метода [1, 2], который восстанавливает зависимость скорости расхода продукции со временем или любой другой зависимости, приводящей к возникновению события.

Для распространителей, работающих на прямую с конечными потребителями погрешность восстановления исходной зависимости составляет всего 1-3%. Зная скорость с которой расходуется продукция можно с легкостью предсказать момент, когда покупателю потребуется следующая покупка и использовать это в своих целях для оптимизации прибыли или издержек.

Однако при удалении от конечного потребителя, когда появляются промежуточные посредники в цепочке распространителей, точность падает. По результатам предыдущего исследования [3, 4] в результате моделирования падение точности было следующим, табл. 1.

Подробный анализ процесса потребления и восстановления исходной зависимости показал, что ошибка возникает в результате того, что существует несоответствие ΔQ между наблюдаемым и расходуемым объемом продукции за рассматриваемый период времени между покупками.

Связано это с тем, что часть покупок идет в зачет предыдущего периода времени, а также с тем что приходится использовать страховые запасы, см. рис. №1,

$$\Delta Q_S = \sum_j \left(S_{k+1}^j - S_k^j\right)$$
$$\Delta Q_{SS} = SS_{k+1}^{\text{II}} - SS_k^{\text{II}}$$
$$\Delta Q = \Delta Q_S - \Delta Q_{SS}$$
$$S_k^j \in (0; y_{\text{предш.}k}^j]$$
$$SS_k^{II} \in \left(0; \max_j y_{\text{предш.}k}^j\right],$$

где величина $y_{\text{предш.}k}^j$ показывает объем предшествующей (включительно) покупки покупателя j относительно момента времени t_k^{II}.

Таблица 1

Падение точности в зависимости от позиции в цепочке распространителей / Accuracy decrease, depending on the position in the distributor chain

	1 посредник	2 посредника	3 посредника
Среднее значение относительного отклонения по 20 прогонам, в %	4,2889	5,6544	6,0386
Корень выборочной дисперсии относительного отклонения по 20 прогонам, в %	1,0284	1,3967	1,2145

Источник / Source: результаты моделирования получены автором

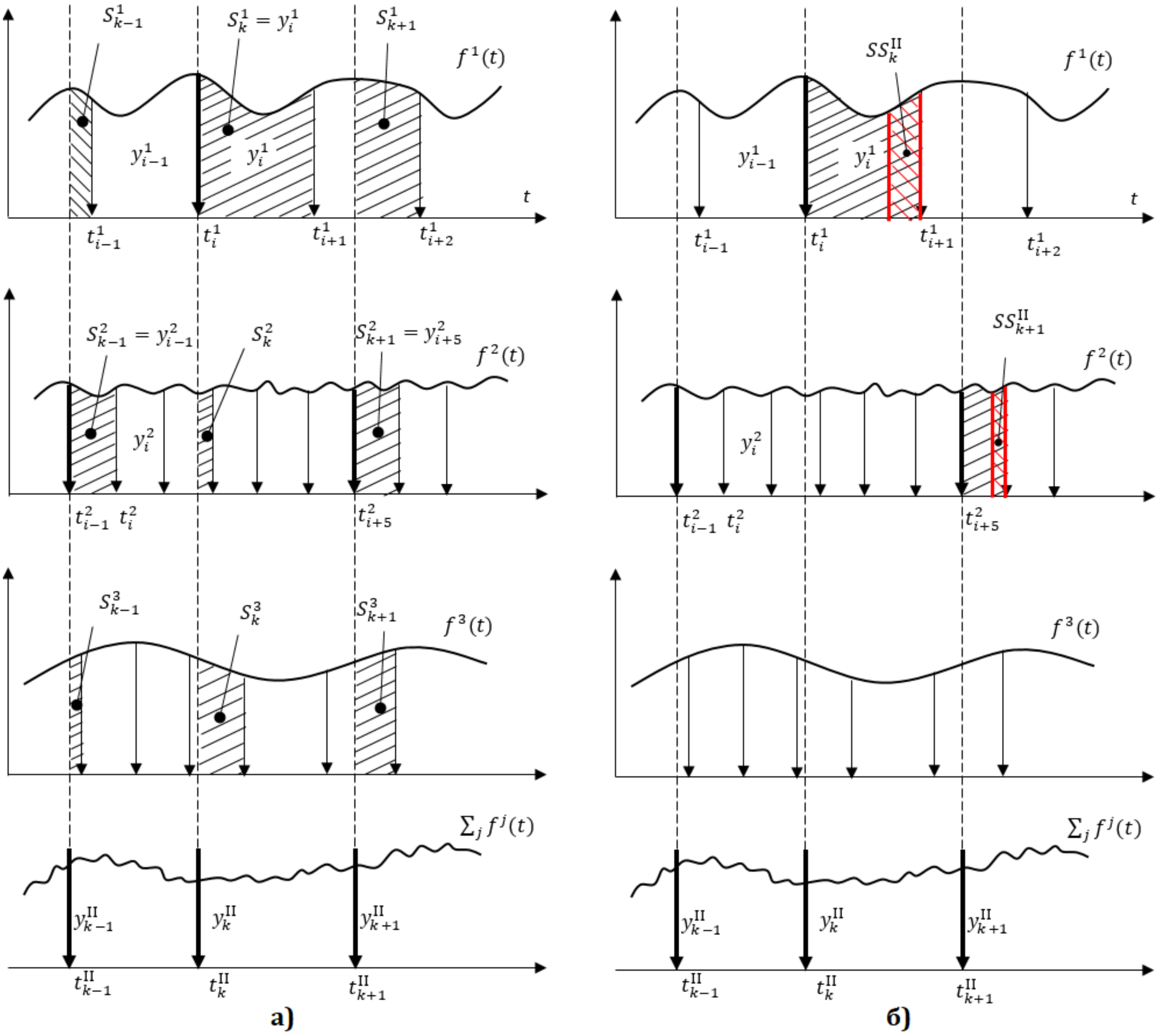

Рис. 1 **Несоответствие наблюдаемого и расходуемого объема продукции: а) часть покупки идет в зачет предыдущего периода; б) использование страховых запасов / The discrepancy between the observed and consumed output: a) part of the purchase related to previous period; b) use of insurance stocks**

Источник: составлено автором

Если добавляется второй уровень посредников, то величина несоответствия будет включать несоответствия от более мелких промежуточных распространителей:

$$\Delta Q_S^{II} = \sum_r \left(S_{L+1}^{r,\mathrm{II}} - S_L^{r,\mathrm{II}}\right) + \sum_r \sum_j \left(S_{L+1}^{r,j} - S_L^{r,j}\right)$$
$$\Delta Q_{SS}^{II} = SS_{L+1}^{\mathrm{III}} - SS_L^{\mathrm{III}} + \sum_r \left(SS_{L+1}^{r,\mathrm{II}} - SS_L^{r,\mathrm{II}}\right).$$

Для трех уровней посредников величина несоответствия также будет включать несоответствия с новых уровней.

Запас продукции верхних распространителей всегда в несколько раз больше чем запас продукции более мелких распространителей. Если рассмотреть идеализированный случай, когда у распространителей одинаковое количество n дочерних распространителей, а также запасов верхних распространителей всегда хватает на P покупок дочерних распространителей, то величина несоответствия может быть выражена следующим образом:

$$\Delta Q_S^{III} = n \cdot P^2 \cdot dS + n^2 \cdot P \cdot dS + n^3 \cdot dS$$
$$\Delta Q_{SS}^{III} = P^2 \cdot dSS + n \cdot P \cdot dSS + n^2 \cdot dSS$$

где $dS = S_{k+1}^j - S_k^j$, $dSS^{\mathrm{II}} = SS_{k+1}^{\mathrm{II}} - SS_k^{\mathrm{II}}$.

Общее несоответствие тогда будет

$$\Delta Q^{III} = \Delta Q_S^{III} - \Delta Q_{SS}^{III} = (n \cdot dS - dSS)(P^2 + nP + n^2)$$

Относительная погрешность получится, если величину несоответствия поделить на величину покупки происходящей в данной позиции в цепи распространителей:

$$\frac{\Delta Q^{III}}{y^{\mathrm{IV}}} = \frac{(n \cdot dS - \ dSS)}{P \cdot y_i^j}\left(1 + \frac{n}{P} + \left(\frac{n}{P}\right)^2\right)$$

Если продолжить эту последовательность дальше, то получим относительную погрешность для N уровней посредников:

$$\frac{\Delta Q^{[N]}}{y^{[N+1]}} = \frac{(n \cdot dS - \ dSS)}{P \cdot y_i^j}\left(1 + \frac{n}{P} + \left(\frac{n}{P}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{n}{P}\right)^{N-1}\right).$$

Выражение в скобках является геометрически убывающей прогрессией при условии, что величина $\left(\frac{n}{P}\right)$ меньше 1, что как правило выполняется, так как n показывает количество покупателей, а P показывает на сколько покупок хватает запаса продукции распространителя.

Есть основания предполагать, что величина S_k^j распределена равномерно по интервалу $\left(0; y_{\text{предш}.k}^j\right]$, а SS_k^{II} независимо от нее по интервалу $(0; \max_j y_{\text{предш}.k}^j]$ (в идеализированном случае по тому же интервалу $\left(0; y_{\text{предш}.k}^j\right]$). Тогда можно посчитать дисперсию для относительного несоответствия. На первом уровне задействовано $2(n+1)$ случайных величин (по 2 величины на значения dS и dSS). На втором $2(n^2+n)$, а на третьем $2(n^3+n^2)$ случайных величин.

Так как отношение случайной величины $S_k^j \in (0; y_{\text{предш}.k}^j]$ к $y_{\text{предш}.k}^j$ дает базовую равномерную случайную величину от 0 до 1 с дисперсией 1/12, получим выражение для дисперсии

$$D\left[\frac{\Delta Q^{[N]}}{y^{[N+1]}}\right] = \frac{2(n+1)}{12P^2} + \frac{2(n^2+n)}{12P^4} + \frac{2(n^3+n^2)}{12P^6} + \cdots + \frac{2(n+1)n^{N-1}}{12P^{2N}} = \frac{n+1}{6P^2}\left(1 + \frac{n^1}{P^2} + \frac{n^2}{(P^2)^2} + \cdots + \frac{n^{N-1}}{(P^2)^{N-1}}\right)$$

Выражение в скобках опять является суммой геометрически убывающей прогрессии, которая убывает еще быстрее. Сумма первых N слагаемых будет $\frac{1-q^N}{1-q}$, где $q = n/P^2$ знаменатель прогрессии:

$$D\left[\frac{\Delta Q^{[N]}}{y^{[N+1]}}\right] = \frac{(n+1)\left(1 - \left(\frac{n}{P^2}\right)^N\right)}{6P^2\left(1 - \frac{n}{P^2}\right)}$$

Среднее квадратичное отклонение получаем как корень из дисперсии:

$$\sigma\left[\frac{\Delta Q_S}{y^{[N+1]}}\right] = \sqrt{\frac{(n+1)\left(1 - \left(\frac{n}{P^2}\right)^N\right)}{6P^2\left(1 - \frac{n}{P^2}\right)}}$$

В заключении приведем таблицу, в которой получены значения дисперсии и среднего квадратичного отклонения относительного несоответствия между наблюдаемым и расходуемым объемом продукции за время между двумя покупками от удаленности от конечного потребителя в идеализированных условиях, табл. 2.

Как видно из таблицы, позиция в цепочке распространителей практически не влияет на точность, с которой будет восстанавливаться исходная закономерность, приводящая к возникновению покупок (редких событий).

Таблица 2

Дисперсия и с.к.о. относительной ошибки при удалении от конечного потребителя / Dispersion and standard deviation of relative error when moving away from the end user

N	$n = 3,\ P = 10$		$n = 3,\ P = 4$		$n = 20,\ P = 20$	
	D	σ в %	D	σ в %	D	σ в %
1	0,006666667	8.164966	0,041666667	20.412415	0,00875	9.3541435
2	0,006866667	8.286535	0,049479167	22.243910	0,0091875	9.5851448
3	0,006872667	8.290155	0,05094401	22.570780	0,009209375	9.5965489
4	0,006872847	8.290263	0,051218669	22.631542	0,009210469	9.5971187
5	0,006872852	8.290267	0,051270167	22.642917	0,009210523	9.5971472

Источник: составлено автором

Список источников

1. Кораблев Ю.А. Емкостный метод определения функции скорости потребления. *«Экономика и менеджмент систем управления»*. Воронеж: Изд-во «Научная книга». 2015;15(1.1):140-150.
2. Кораблев Ю.А. Обоснование емкостного метода определения спроса. *«Экономика, статистика и информатика. Вестник УМО»*, М.:РЭУ им. Плеханова. 2015;(5):96-101.
3. Кораблев Ю.А. Разбор причин и оценка погрешности аномальных картин в емкостном методе анализа редких событий. *«Экономика и управление: проблемы, решения»*. М.:Научная библиотека. 2017;6(8):8-12.
4. Кораблев Ю.А. Исследование точности емкостного метода от позиции в цепочке распространителей. *«Экономика и управление: проблемы, решения»*. М.: Научная библиотека. 2018;7(5):106-121.